

姓 名:

学 号:

班 级:

得分	阅卷人 (签全名)

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分)

1、掷一枚骰子, 设 $A = \{\text{出现奇数点}\}$, $B = \{\text{出现 1 或 3 点}\}$, 则下列说法正确的是 ().

- A、 $AB = \{\text{出现奇数点}\}$; B、 $A\bar{B} = \{\text{出现 5 点}\}$;
C、 $\bar{B} = \{\text{出现 5 点}\}$; D、 $A \cup B = \Omega$.

2、已知 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$, $P(A+B) = 0.6$, 则 $P(A|B) = ()$.

- A、0.2 B、0.45 C、0.6 D、0.75

3、设 A, B 为两个随机事件, 且 $0 < P(A) < 1$, 则下列命题正确的是 ().

- A、若 $P(A\bar{B}) = P(A)$, 则 A, B 互斥;
B、若 $P(B|A) + P(\bar{B}|A) = 1$, 则 A, B 独立;
C、若 $P(AB) + P(\bar{A}\bar{B}) = 1$, 则 A, B 为对立事件;
D、若 $P(B) = P(B|A) + P(B|\bar{A}) = 1$, 则 B 为不可能事件.

4、设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(a \leq X \leq b) = ()$.

- A、 $\Phi(a) - \Phi(b)$; B、 $\Phi(a) + \Phi(b)$;
C、 $\Phi(\frac{a-\mu}{\sigma}) - \Phi(\frac{b-\mu}{\sigma})$; D、 $\Phi(\frac{b-\mu}{\sigma}) - \Phi(\frac{a-\mu}{\sigma})$.

5、已知 $X \sim b(n, p)$, 且 $E(X) = 8$, $D(X) = 4.8$, 则 $n = ()$.

- A、10 B、15 C、20 D、25

6、设 $\{X_k\}$ 为独立同分布随机变量序列, 且 $E(X) = 2$, $D(X) = 3^2$, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则当 n 很大时, 根据中心极限定理, 有 $\bar{X}$ 的分布近似服从 ().

- A、 $N(0, 1)$ B、 $N(2, 3^2)$ C、 $N(2n, 3^2 n)$ D、 $N(2, \frac{1}{n} 3^2)$

7、随机变量 X, Y 相互独立, 方差分别为 $DX = 1, DY = 4$, 则 $2X - 5Y$ 的方差为 ().

- A、-18; B、18; C、104; D、22.

8、设 X, Y 是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则 $Z = \max\{X, Y\}$ 的分布函数是 ().

- A、 $F_Z(z) = \max\{F_X(x), F_Y(y)\}$; B、 $F_Z(z) = \max\{|F_X(x)|, |F_Y(y)|\}$
C、 $F_Z(z) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$ D、都不是

9、已知正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 如果在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下接受假设检验 $H_0: \mu = \mu_0$; 那么在显著性水平 $\alpha = 0.1$ 下, 下述结论只有 () 正确。

- A、必然接受 H_0 ; B、可能接受, 也可能拒绝 H_0 ;
C、必然拒绝 H_0 ; D、不接受, 也不能拒绝 H_0 .

10、某袋中装有 10 个球, 其中只有 1 个红球, 现有放回的抽取, 每次取一球, 直到第 n 次才取得第 k 个红球的概率为 ().

A、 $(\frac{1}{10})^k(\frac{9}{10})^{n-k}$, B、 $C_n^k(\frac{1}{10})^k(\frac{9}{10})^{n-k}$, C、 $C_{n-1}^{k-1}(\frac{1}{10})^k(\frac{9}{10})^{n-k}$, D、 $C_{n-1}^{k-1}(\frac{1}{10})^{k-1}(\frac{9}{10})^{n-k}$ 。

得分	阅卷人 (签全名)

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1、三人独立地破译一个密码, 他们能译出的概率分别是 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 他们将此密码译出的概率是_____。

2、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且已知 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda =$ _____。

3、设 X 的概率密度是 $f(x) = \begin{cases} ax^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 则 $a =$ _____。

4、设由来自正态总体 $X \sim N(\mu, 0.81)$ 的一个容量为 9 的简单随机样本计算的样本均值为 5, 则未知参数的置信度为 0.95 的置信区间为_____。($u_{0.05/2} = 1.96, u_{0.05} = 1.64$)

5、设 X, Y 为随机变量, 且 $D(X+Y) = 8, D(X) = 4, D(Y) = 2$, 则 $Cov(X, Y) =$ _____。

得分	阅卷人 (签全名)

三、计算题 (本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 共 40 分)

1、某产品由三个不同的厂家生产, 其中第一和第二个厂家生产的产品分别占产品总数的 $\frac{1}{5}$, 第三个厂家生产的产品占产品总数的 $\frac{3}{5}$. 已知第一和第二个厂家生产的产品分别有 2% 的次品, 第三个厂家生产的产品有 4% 的产品. 现从中任取一份产品, 问拿到次品的概率是多少? 若所取得产品是次品, 问从哪个厂家抽取的可能性大? (写出计算过程)

2、随机变量 X 的分布函数为: $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 求: (1) $P(X < 2)$, (2) $P(X > 3)$, (3)

X 的概率密度, (4) EX .

3、设随机变量 (X, Y) 的联合分布律为：

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	$\frac{1}{27}$	0	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$
1	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	0	0
2	0	$\frac{3}{27}$	0	$\frac{6}{27}$
3	$\frac{1}{27}$	0	$\frac{6}{27}$	0

(1) 求关于 X 和 Y 的边缘分布律，(2) X 与 Y 是否相互独立？为什么？(3) 求 EX ；(4) 求 $P\{X=Y\}$ 。

4、设总体 X 的分布密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 是未知参数， $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自总体 X 的样本，求：

- (1) θ 的矩法估计量 $\hat{\theta}_1$ ；
- (2) 验证 $\hat{\theta}_1$ 、 $\hat{\theta}_2 = [(n+1)/n]M$ 都是 θ 的无偏估计量(其中 $M = \max\{X_1, \dots, X_n\}$)；
- (3) 比较 $\hat{\theta}_1$ 、 $\hat{\theta}_2$ 两个无偏估计量的有效性。

5、设随机变量 X 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布，随机变量 Y 概率密度为 $f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y} & y\geq 0 \\ 0 & y< 0 \end{cases}$ ，且 X 与 Y 相互独立；求：(1) X 的概率密度 $f_X(x)$ ；(2) (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$ ； (3) $P\{X>Y\}$ ；(4) $Z=X+Y$ 的概率密度.

得分	阅卷人 (签全名)

四、解答题（本题共 7 分）某药厂生产一种安眠药，经临床使用测得平均睡眠时间为 18.6 小时，标准差为 1.5 小时。该厂技术工人为了增加睡眠时间，改进了旧工艺，为检验是否达到了预期的目的，收集了一组改进工艺后的生产的安眠药的睡眠时间：23.4 25.6 24.3 21.2 21.26 25.5 26.2 24.3 24. 试问，从收集到的数据能否说明改进了工艺后生产的安眠药提高了疗效。（假定睡眠时间服从正态分布，显著水平 $\alpha =0.05$ 。 $u_{0.05}=1.64$ ， $u_{0.025}=0.67$ ）

得分	阅卷人 (签全名)

五、解答题（本题共 8 分）设总体的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x-2}{\theta}}, & x>2; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数， $x_1,x_2,\cdots x_n$ 是来自总体 X 的样本，求未知参数 θ 的极大似然估计。