南华大学 《概率论与数理统计》

2021-2022学年 第一学期期末考试试卷（A）

学院 ________班级__________姓名_________学号_________

题号	一	二	三	总分
得分				

计算中可能用到的数据 $\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.645)=0.95$

一. 填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 设 A,B 为随机事件 $P(A)=0.8, P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{AB})=$ ___________

2. 设随机变量 $X \sim U(2,5)$,现在对 X 进行 3 次独立观测，则至多有 1 次观测值大于 3 的概率为 _______ .

3. 已知 X 服从正态分布， $E(X)=2$， $P\{2<X\le 4\}=0.4$， 则 $P\{X<0\}=$ ___________.

4. 设随机变量 $(X,Y)\sim N(0,1,1,4,0)$,则 $Z=2X-Y$ 服从分布_______ (写明分布名称及参数).

5 设随机变量 X 的方差为 2，则由切比雪夫不等式可知 $P\{|X-E(X)|\ge 2\}\le$ _______.

6.设 $X\sim \pi(4), Y\sim Exp(1)$，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=0.5$， 则 $D(X-2Y)=$ _________.

7.已知一批零件的长度(cm)服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机地抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 15(cm)，则 μ 的置信度为 95% 的置信区间是 ____________.

8. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，σ 未知,对假设 $H_0:\mu=\mu_0$ $H_1:\mu\ne\mu_0$ 进行检验（显著性水平为 α ）时，该检验问题的拒绝域为_______________.

二. 单项选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 设 $B\subset A$， 则下面正确的等式是 【 】

(A) $P(A\mid \overline{B})=P(A)$； (B) $P(\overline{AB})=1-P(A)$；

(C) $P(B\mid A)=P(B)$； (D) $P(\overline{B}-\overline{A})=P(\overline{B})-P(\overline{A})$.

2. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=e^{-x}, x>0$，则 $Y=2X+1$ 的密度函数为【　　】

(A) $e^{-\frac{y-1}{2}}, y>1$　(B) $\frac{1}{2}e^{-\frac{y-1}{2}}, y>1$　(C) $\frac{1}{2}e^{-\frac{y+1}{2}}, y>1$　(D) $e^{-\frac{y+1}{2}}, y>1$

3.设随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知事件 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 相互独立，则【　　】

(A) $a=0.3, b=0.2$　(B) $a=0.2, b=0.3$　(C) $a=0.4, b=0.1$　(D) $a=0.1, b=0.4$

4. 若随机变量 X 与 Y 满足 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则【　　】

(A) X 与 Y 相互独立　(B) $D(X-Y)=D(X)+D(Y)$

(C) X 与 Y 相关　(D) $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$

5. 设 $\{X_n\}$ 为独立同分布的随机变量序列，且均服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则【　　】

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right\} = \Phi(x)$　(B) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\lambda\sqrt{n}} \le x\right\} = \Phi(x)$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}} \le x\right\} = \Phi(x)$　(D) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right\} = \Phi(x)$

6. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的样本，$\overline{X}, S^2$ 分别是样本均值和样本方差，则下面正确的是【　　】

(A) $\overline{X} \sim N(0,1)$　(B) $\dfrac{\overline{X}}{S} \sim t(n-1)$　(C) $\dfrac{\sqrt{n}\,\overline{X}}{S} \sim t(n)$　(D) $\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2 \sim \chi^2(n)$

7. 设 X_1, X_2, X_3 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，则在下列 μ 的估计量中，最有效的估计量是【　　】

(A) $\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$　(B) $\frac{1}{5}(2X_1+2X_2+X_3)$

(C) $\frac{1}{4}(X_1+2X_2+X_3)$　(D) $\frac{1}{5}(X_1+3X_2+X_3)$

8.下列关于显著性水平α 的说法不正确的是 【　　】

（A） H_0为真，但拒绝H_0的概率；　（B） 置信区间的可信度为$1-\alpha$ ；

（C） H_1为真，但拒绝H_1的概率；　　（D） 在假设检验中，表示犯第一类错误的概率.

三．计算题（共 52 分）

1.（8 分）在做单项选择题（4 项备选答案中只有一个正确答案）的测验中，如果一个学生不知道正确答案，他就作随机选择。已知知道指定问题正确答案的学生占参加测验的学生的 80%，

（1）求某学生正确回答出此问题的概率；

（2）如果某学生正确回答出此问题，那么他是随机猜出的概率是多少？

2.（10 分） 设随机变量X 的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases} ax+1, & 0\le x<2, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

求 (1) 常数 a;　 (2) X 的分布函数 $F(x)$;　 (3) $P\{1<X<2\}$.

3.（10 分）设随机变量U 服从$(-2,2)$上的均匀分布，随机变量

$$X=\begin{cases}-1, & U\le -1\\ 1, & U>-1\end{cases}\qquad Y=\begin{cases}-1, & U\le 1\\ 1, & U>1\end{cases}$$

(1)求 X 和Y 的联合概率分布律；

(2)求$E(X+Y)$.

4.（12 分）设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1,\\ 0, & \text{其　他}.\end{cases}$$

求 (1) $P(X+Y\le 1)$；

(2) X,Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$；

(3)当$X=\dfrac{1}{3}$时，Y 的条件密度函数 $f_{Y|X}(y\mid x=\dfrac{1}{3})$.

5.（12 分）设总体 x 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\beta}{x^{\beta+1}}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases}$ ，求未知参数 $\beta\ (\beta>1)$ 的矩估计量与最大似然估计量。