警 示 根据《南华大学全日制普通高等教育学分制学士学位授予实施细则》第三条第二款规定，学生在校期间考试舞弊者不能授予学位。

学院______ 专业______ 考号______ 姓名______

装 订 线 密 封 线

南 华 大 学 2020 年 秋 季 学 期

概率论与数理统计 B 课程试卷(A 卷)

考试日期：2021 年 1 月　　　　考试类别：考试　　考试时间：100 分钟

题号	一	二	三	四	总分	统分签字
得分						

得分	
阅卷人	

一、填空题：（每空 4 分，共 40 分）

1. 若随机事件 A 与 B 相斥，$P(A)=P(B)=0.5$, 则 $P(\overline{A}\mid A\cup B)=$________.

2. 把一枚均匀的硬币抛三次，恰有两次出现正面的概率是=________.

3. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为：$f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x<1 \\ 2-x, & 1\le x<2, \\ 0, & 其他 \end{cases}$ 则

   $F(1)=$____________，　$E(X)=$____________.

4. 已知随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布 $N(1, 0, 4, 1, 1/2)$，则 X 的边缘分布为 $X\sim N$（____________）；X 与 Y 的协方差 $\mathrm{Cov}(X, Y)=$________.

5. 设随机变量 X 服从 $N(2,1)$的正态分布，Y 服从 $N(-1,1)$的正态分布，且 X 与 Y 相互独立，令 $Z=3X-2Y-1$，则 $Z\sim N$(____________).

6. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(n, p)$，由德莫佛—拉普拉斯中心极限定理，当 n 充分大时，X 近似服从____________________.（写出概率分布的类型及其参数）

7. 设随机变量 X 的分布律为：$P\{X=0\}=1/2$，$P\{X=1\}=1/2$；X 与 Y 相互独立且同分布。令 $Z=\min\{X,Y\}$，则 $P\{Z=0\}=$__________________.

8. 设 X_1，X_2，......，X_n 是来自总体 X 的一个样本，$T=\sum_{i=1}^{n}k_iX_i$ (k_i是实数)，要使得 T 是总体 X 的均值的无偏估计，k_1，k_2，......，k_n 必须满足__________________的条件.

得分	
阅卷人	

二、**判断题**（每题 2 分，共 12 分）

9．一个袋子中 10 个球，3 个黑球，7 个白球，不放回地依次取三个球，则第 3 球是黑球的概率为 3/10.（　　）

10．设 X 服从指数分布, 则 $P\{X>4|X>2\}=P\{X>4\}$.（　　）

11．若随机变量 X 与 Y 相互独立，则 X 与 Y 一定不相关.（　　）

12．设 X_1，X_2，……，X_n 是来自总体 $N(\mu,1)$的一个样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则 $n(\overline{X}-\mu)^2$ 服从自由度为 1 的卡方分布.（　　）

13．设随机变量 X 的数学期望和方差均是 6，用切比雪夫不等式估算 $P\{0<X<12\}\geqslant 1/6$.（　　）

14．对正态总体的均值进行假设检验，设 $H_0:\mu=\mu_0$; $H_1:\mu>\mu_0$．如果在显著性水平 0.05 下，接受原假设 H_0，那么在显著性水平 0.01 下，必接受 H_0.（　　）

得分	
阅卷人	

三、**解答题**（共 3 小题，共 38 分）

15.（本题 10 分）某学生概率统计课程的期中考试及格的概率是 $p(0<p<1)$, 若期中考试及格则期末考试及格的概率也为 p; 若期中考试不及格则期末考试及格的概率为 $p/2$. 已知他期末考试已经及格，求他期中考试及格的概率？

16.（本题 16 分）设二维连续型随机变量(X,Y)的联合概率密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & x>0,\ 0<y<2-x\\ 0, & \text{其他}\end{cases},$$

求(1)X 的边缘概率密度函数；（2)X 与 Y 是否独立? (3) $Z=X+Y$ 的分布函数；(4) $Z=X+Y$ 的概率密度函数.

17.（本题 12 分） 已知连续型总体 X 的概率密度：

$$f(x;\ \theta)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}(\text{其中}\theta>0,\ \text{是未知参数})$$

X_1， X_2，......，X_n 是来自总体 X 的一个样本，求 θ 的极大似然估计量.

得分	
阅卷人	

四、应用题（共 1 小题，共 10 分）

18.（本题 10 分）某制药商从每批产品中抽取一个样本进行分析，以确定该药物中活性成分的含量. 通常情形下，化学分析并不是完全精确的. 一般对同一个样本进行重复的测量会得到不同结果，重复测量的结果近似服从正态分布. 按照国家规定该药的活性成分含量的标准差 σ= 0.0068（克/升）. 现对某个样本进行 3 次重复测量，计算出样本均值 0.84（克/升），样本标准差 s=0.004（克/升）. 取显著性水平 α=0.01，检验该药物的活性成分含量的方差是否符合规定：

$$H_0:\ \sigma^2=0.0068^2, H_1:\ \sigma^2\neq 0.0068^2.$$

$$(z_{0.005}=2.58, \chi^2_{0.005}(2)=10.60, \chi^2_{0.995}(2)=0.01, \chi^2_{0.005}(3)=12.84, \chi^2_{0.995}(3)=0.07)$$