



根据《南华大学全日制普通高等教育学分制学士学位授予实施细则》第三条第二款规定，学生在校期间考试舞弊者不能授予学位。

南华大学 2020年秋季学期

高等数学A2课程试卷(B卷, 2019级信计专业)

考试日期：2020年1月25日 考试类别：考试 考试时间：100分钟

题号	一	二	三	四	五	总分	统分签字
得分							

得分	
阅卷人	

一、填空题：(每空2分，共14分)

1. 函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ ，则 $f(f(x)) =$ _____.
2. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ ax + b, & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(0^+) =$ _____, $f(0^-) =$ _____,
当 $b =$ _____时, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.
3. $\int f(x)dx = \sin^2 x + c$, $\int xf'(x)dx$ _____.
4. 已知 $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-100)$, 则 $f'(0) =$ _____.
5. 当 $x =$ _____时, 函数 $f(x) = x2^x$ 取得极小值.

得分	
阅卷人	

二、选择题：(每题2分，共10分)

6. 设 $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ()
(A) 连续点 (B) 可去间断点
(C) 第一类间断点、但不是可去间断点 (D) 第二类间断点
7. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x) = 3 \sin x - \sin 3x$ 与 cx^a 是等价无穷小, 则 ()
(A) $a = 1, c = 4$ (B) $a = 1, c = -4$
(C) $a = 3, c = 4$ (D) $a = 3, c = -4$

8. 设 $f'(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f'(a) > 0, f'(b) < 0$, 则下列结论中错误的是 ()

(A) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) > f(a)$

(B) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) > f(b)$

(C) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f'(x_0) = 0$

(D) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) = 0$

9. $y = f(x)$ 可微, 则 dy ()

(A) 与 Δx 无关

(B) 为 Δx 的线性函数

(C) 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时是 Δx 的高阶无穷小 (D) 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时是 Δx 的等价无穷小

10. 下列函数中在区间 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是 ()

(A) $y = 1 - x^2$ (B) $y = \frac{1}{x}$ (C) $y = |x|$ (D) $y = x - 1$

得分	
阅卷人	

三、求极限题：(共 4 小题，每题 5 分，共 20 分)

11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{2x-1}$

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$

13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(x-1)}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$

得 分	
阅卷人	

四、求微积分 (共 4 小题, 每题 6 分, 共 24 分)

15. $y = \sqrt{(\varphi(x))^2 + (\psi(x))^2}$, 求 y'

16. $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

17. $\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$

18. $\int \cos^4 x \, dx$

得 分	
阅卷人	

五、综合题 (共 3 小题, 共 32 分)

19. (本题 8 分) 设 $a > 0$ 为常数, 数列 x_n 由下列定义: $x_1 = \sqrt{a}$, $x_{n+1} = \sqrt{a + x_n}$ ($n = 1, 2, \dots$), 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

20. (本题 8 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 证明存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $2\xi[f(b) - f(a)] = (b^2 - a^2)f'(\xi)$.

21. (本题 16 分) 作函数 $f(x) = \frac{4(x+1)}{x^2} - 2$ 的图形.