

2018-2019学年《高等数学》A1  
期末试题及答案

一. 单项选择题 (共 30 分)

1. 已知  $y = \int_0^{x^2} \frac{dt}{(1+t)^2}$ , 则  $y'(1) =$  ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C. 2      D. 4

2. 下列等式正确的是 ( )

- A.  $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x)dx = f(x)$       B.  $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x) + c$   
C.  $\frac{d}{dx} \int_a^x f(x)dx = f(x)$       D.  $\int f'(x)dx = f(x)$

3. 设函数  $y = \int_0^x (t-1)dt$  则  $y$  有 ( )

- A. 极小值  $\frac{1}{2}$       B. 极小值  $-\frac{1}{2}$       C. 极大值  $\frac{1}{2}$       D. 极大值  $-\frac{1}{2}$

4.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^x (\frac{\sin x}{x})' dx =$  ( )

- A.  $\frac{\sin x}{x}$       B.  $\frac{\sin x}{x} + c$       C.  $\frac{\sin x}{x} - \frac{2}{\pi}$       D.  $\frac{\sin x}{x} - \frac{\pi}{2}$

5. 下列积分值为负数的是 ( )

- A.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$       B.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos x dx$       C.  $\int_{-3}^{-2} x^3 dx$       D.  $\int_{-3}^{-2} x^2 dx$

6. 下列积分值为 0 的是 ( )

- A.  $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{1 + \cos x}$       B.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$       C.  $\int_{-1}^1 \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{1-x^2}} dx$       D.  $\int_{-\pi}^{\pi} (x^3 - 1) dx$

7. 若  $f(x)$  的一个原函数是  $\ln x$  , 则  $\int f'(x)dx =$  ( )

A.  $\ln x + c$     B.  $\frac{1}{x} + c$     C.  $x \ln x - x + c$     D.  $-\frac{1}{x}$

8. 下列广义积分收敛的是 ( )

A.  $\int_1^{+\infty} \sin x dx$     B.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$     C.  $\int_{-\infty}^0 e^x dx$     D.  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^3} dx$

9. 计算  $\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$  时为使被积函数有理化, 可设  $x =$  ( )

A.  $2 \tan t$     B.  $2 \sin t$     C.  $2 \sec t$     D.  $\sqrt{t}$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^{-t^2} - 1) dt}{x^3} =$  ( )

A. 0    B.  $\frac{1}{3}$     C. 3    D.  $-\frac{1}{3}$

## 二. 解答题 (共 56 分)

11.  $\int_0^5 |3-x| dx$

12.  $\int_0^{\sqrt{a}} x e^{x^2} dx$

13.  $\int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$

14. 设  $\int_1^k \ln x dx = 1$  , 求  $k$  值。

15.  $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$

16.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$

17.  $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin^3 x - \sin^5 x} dx$

18. 求函数  $F(x) = \int_0^x \frac{2t+1}{t^2+t+1} dt$ ，在  $[0,1]$  上的最大值与最小值。

19. 求常微分方程  $x'' + x = \sin t$  的通解。

### 三. 应用题 (8 分)

20. 计算由曲线  $y^2 = 2x$  与  $y = x - 4$  所围成图形的面积。

### 四. 证明题 (6 分)

21. 证明:  $\int_a^1 \frac{dx}{1+x^2} = \int_1^{\frac{1}{a}} \frac{dx}{1+x^2} \quad (a > 0)$

### 参考答案:

1. A   2. C   3. B   4. C   5. C   6. A   7. B   8. C   9. B   10. D   11.  $\frac{15}{2}$    12.  $\frac{1}{2}(e^a - 1)$

13.  $1 - \ln(1+e) + \ln 2$    14.  $k=e$    15. 2   16.  $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$

17.  $\frac{4}{5}$    18. 最小值  $F(0)=0$ ，最大值  $F(1)=\ln 3$ 。

19.  $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2} t \cos t$ ，20. 18   21. 提示: 令  $x = \frac{1}{t}$