南华大学2019-2020学年第二学期

《线性代数》期末试卷A卷

阅卷人	得分

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 若 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, $D_1=\begin{vmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix}$, 则 $D_1=$（　　）;

（A）2D;（B）-2D;（C）8D;（D）-8D.

2. 设 A,B,C 均为 n 阶方阵，且 $AB=BC=CA=E$，则 $A^2+B^2+C^2=$（　　）;

（A）3E;（B）2E;（C）E;（D）0.

3. 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，$Ax=0$ 是非齐次线性方程组 $Ax=\beta$ 所对应的齐次线性方程组，则下列结论正确的是（　　）;

(A) 若 $Ax=0$ 仅有零解，则 $Ax=\beta$ 有惟一解;

(B) 若 $Ax=0$ 有非零解，则 $Ax=\beta$ 有无穷多解;

(C) 若 $Ax=\beta$ 有无穷多解，则 $Ax=0$ 有非零解;

(D) 若 $Ax=\beta$ 有无穷多解，则 $Ax=0$ 只有零解.

4．以下命题不正确的是（　　）;

(A)　n+1 个 n 维向量必线性相关;

(B)　含有零向量的向量组必定线性相关;

(C)　n 个 n+1 维向量必线性无关;

(D)　线性无关的向量组，它的任何部分组必线性无关.

5. 两个同阶方阵 A 与 B 相似的充分必要条件是（　　）;

(A)　R（A）=R(B);　　(B) 存在可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$;

（C）　存在可逆矩阵 P，使 $P^{T}AP=B$;　　(D)　存在可逆矩阵 P 和 Q，使 PAQ =B.

阅卷人	得分

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 若 A 是 5 阶方阵，且 $|A|=2$，则 $|-2A^{-1}|=$______.

2. 设 $A=\frac{1}{2}(B+E)$, 则当且仅当 $B^2=$ ______ 时，$A^2=A$.

3. 若矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ x & 0 & y \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩为 1，则 x+y=_______.

4. 已知 $\alpha=(1,2,3)$, $\beta=(1,\frac{1}{2},\frac{1}{3})$, 设 $A=\alpha\beta^T$, 其中 β^T 是 β 的转置，则 $A^n=$ ______ .

5. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则以 A 为矩阵的对应的二次型为____________________.

阅卷人	得分

三、计算下列行列式（每小题 5 分，共 10 分）

1. $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 3 \\ 102 & 198 & 303 \end{matrix}$

2. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 2 & -2 \end{vmatrix}$

线封密过超要不题试

阅卷人	得分

四、计算矩阵（每小题 5 分，共 15 分）

设 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & -2 & 4\\ 0 & 5 & 1\end{pmatrix}$

求（1）$3AB-2A$；（2）AB^T；

（3）判断矩阵 A 是否可逆？若可逆，求 A^{-1}.

阅卷人	得分

五、（共 10 分）已知向量组

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 2\\ 0\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\\ 2\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 5\\ 2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}-1\\ 1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}\alpha_5=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 6\\ p\end{pmatrix}.$$

(1) 已知向量组的秩 $R(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)=3$，求 p 的值；（4 分）

(2) 求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 的一个最大无关组；（4 分）

(3) 将其余向量用此最大无关组线性表示.（3 分）

阅卷人	得分

六、（共 5 分）证明：

若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ 线性无关，并且 β 不能由向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ 线性表出，则 $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m,\beta$ 线性无关.

线
封
密
过
超
要
不
题
试

阅卷人	得分

七、（共 15 分）求下列非齐次线性方程组的通解及对应的齐次方程组的基础解系：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -5 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = -7 \end{cases}$$

阅卷人	得分

八、（共 15 分）设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. (1) 求矩阵 A 的特征值和特征向量；(2) 求一正交矩阵 P ，使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.